Architectural Institute of Japan

【論　文】
UDC : 711.2 : 624.011.1

日本建築学会計画系論文報告集
第 384 号・昭和 63 年 2 月

地域結合関係における木構造

正会員　古　山　正　雄*

1. 緒　言

本稿の主題は,「地域の結合構造を表す様々な網の目のうちで, 木構造に焦点を当て, その特性を明らかにすること」である。無数にある網の目のパターンの中でなぜ木（ツリー構造）に焦点を当てたのか, まずその理由から説明しなければならない。

筆者は地域を結ぶ網の目の評価を行うために, 投資効果という評価指標を設定し, 近年都市研究でよく用いられるようになった, 最短木, ドローネダイヤグラム（Delaunay Diagram), 完全グラフの 3 種類の網の目の評価値を調べていた[1]。作業当初の予想では, 恐らくドローネが最も投資効果の良いパターンであると期待していた。その理由は, C. アレクサンダーの高名な論文の表題,「都市は木ではない」[2] が頭の一隅にあったためである。すなわち, 木構造はあまりにも単純すぎて, 都市構造としてはふさわしくない。より高次の結合関係（辺の多い網の目）こそが都市の複雑さを表現し得るという命題に賛同していたからである。つまり, 投資効果という単純な指標を用いた場合にも, 木構造の評価はそれ程良くないという事実を数値的に明示できるものと単純に期待していた。ところがこの期待を裏切って, 計算機実験の結果は最短木の優位性を明示したのであった。このことは少なからず驚きであり, 同時に木構造を主役にして本稿を展開しようという動機を与えてくれたのである。

研究主題を具体的に説明するために, 本稿で用いる評価指標と, 3 種類の網の目を紹介し, その概説を行う。これらの厳密な定義と評価結果は, 本稿の主体である第 3 章で詳しく報告する。

地域構造を表す網の目を評価する指標は, いくつか考えられる。例えば, 網の目の切断に対する安全性や, 網の目の適正な階層構成[3] などがあげられるが, 本稿では網の目の建設費用, 使用便益, 投資効果の 3 つの指標を提案する。これらの指標は, 鉄道網や道路網, 電話回線などの線的施設一般に適用可能な汎用的な指標である。また, 単純な指標ながら, 網の目の幾何的特性を経済性や社会性などの計画的意味に翻案できる便利さをもっている。まず建設費であるが, 簡単のために建設費は長さに比例すると仮定すれば, 網の目の建設費はその総延長に依存することになる。次に網の目の使い易さを表す尺度として, 網の目上のすべての 2 点間のグラビティ量の総和（つまり想定交通量の総和）によって網の目の便益と定める。更にこれら 2 つの指標を用いて,

（グラビティ量の総和)/(網の目の総延長）

という値を算定する。この値は, 網の目の建設費用に対する使用の便益を表すものであり, 網の目の投資効果を測定する尺度と考えられる。これら 3 つの指標を適用すれば, 与えられた任意の網の目を数値によって採点することができるようになる。

本稿ではこの指標を用いて, 最短木, ドローネ, 完全グラフの 3 種類の網の目の採点を行い, その結果を考察する。これらの網の目の定義や構成法は 3 章で詳述するが, ここでは最短木と完全グラフを概観しておく。（図—1 参照）最短木の定義は,「各点を結ぶ総延長が最小の網の目」であり, 完全グラフは「すべての点を互いに結んだ網の目」である。この定義から直ちに, 建設費という点からすれば最短木が最も安価な構造であり, 逆に完全グラフは最も高価な構造であることが解る。また使う側の利便性からすれば, 当然完全グラフが最も便益の高い構造である。では, 建設費と便益を合わせた投資効果という点ではいづれが優位なのか, さらにドローネを加えた 3 者の間では投資効果が最大となるのはどのパターンであろうか？　その答えは第 3 章に示してあるが, 本稿の問題意識はこの疑問に端を発している。

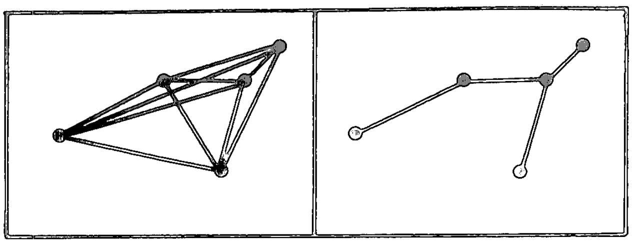
次に評価指標と網の目の概説をふまえて, 本稿の主題を具体的な課題として提示する。第 1 の課題は, 木構造の経済的評価という問題である。これについては, 計算機実験を用いて, 先に提案した指標に関して 3 種類の網の目を採点し, その得点によって, 他種の網の目に対し木構造がどの順位にあるかを明らかにする。これは本稿のメインテーマであり, 第 3 章で扱う。

第 2 の課題は, 網の目の内部に含まれている木構造に焦点を当て, その量的側面を明らかにするという問題である。つまり, 地域構造に含まれている木構造, 特に純

* 京都工芸繊維大学　助教授・工博
（昭和 62 年 5 月 8 日原稿受理）

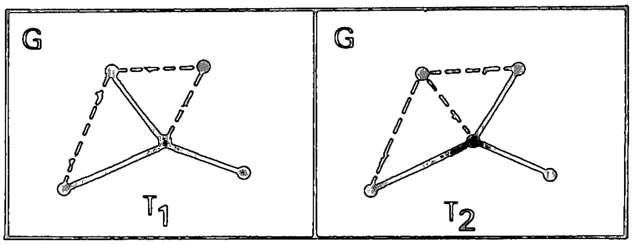
NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan



a. 完全グラフ　　b. 最短木

図—1　完全グラフと最短木



a. 部分木であるが誘導部分木でない　　b. 誘導部分木

図—2　誘導部分木

正な木が，内部においてどの程度の量的拡がりがあるのか，またどのような状態で含まれているのかをグラフ理論を用いて理論的に考察する。これは第2章に相当する。第3の課題は，木構造と現実のネットワークとの対比という問題である。つまり，第1，第2の課題は抽象性が強いのだが，その考え方は現実の分析にもある程度有益であることを実例で示したい。そこで第4章において，近畿圏JR網と諸都市を結ぶ最短木との対比を行った。

このように，本稿の構成は，抽象的課題からより具体的課題へと章立てを配置してある。この事実は，研究方法のみならず，考察対象である網の目の性質そのものにもあてはまる。したがって導かれた結論の適用範囲には十分注意して頂きたい。第2章では，平面グラフ内に含まれる木構造を考察するのだが，その方法と結果は非常に一般的な知見であり，すべての結合関係にあてはまる。第3章の方法と結果は，都市研究における線的施設一般に汎用的に適用できるものである。(ただし，河川など一方向に流れるものについては直接適用するのは不自然である)第4章の方法は第3章のものを援用しているが，その結論は，地域と網の目の種別に限定があるため，第3章の一事例にすぎないことを確認しておく。

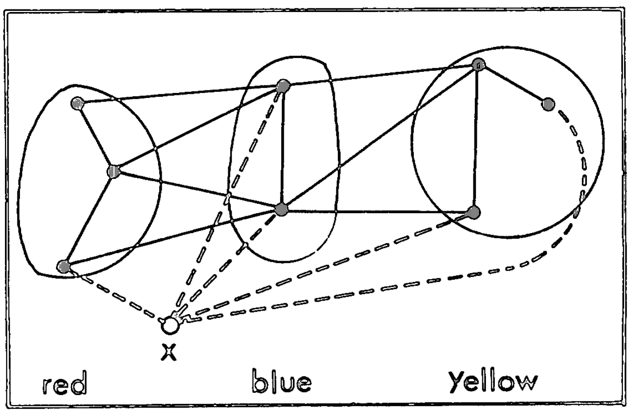
各章は独立性が高いので別個に読むこともできようが，一貫して地域構造における木構造の諸性質を解明するという課題を担っている。以下，理論，計算機実験，現実例の3面から，木構造の量的広がり，相対的評価，現実分析のための基準としての役割，について各章ごとに考察していく。

2. 平面地図の中における木

網の目の評価作業に入る前に，本章では木に関する定性的な性質を検証しておきたい。つまり平面上に配置された網の目の中には必ず純正な木が存在するが，その木の大きさが網の目総体の何割に及ぶのかを考察する。つまり木の占める割合が量的に無視し得ない程に大きくなることを示す。この結果は必ずしも計画に直接結びつくものではないが，線的施設における木の役割を認識するのに重要な知見を与えてくれるものと考えられる。そこでまず平面的な網の目および純正な木というものの正確な定義を与え，それに基づいて平面上の網の目に含まれている純正な木の大きさという概念の理論的な意味，特に地域構造をとらえるための手法としての解釈を考察する。

ところで，一般的に都市の線的施設の3つの主要な要素，結節点，結節点相互の結合関係，長さを用いれば，地域の大まかな骨組をとらえることができる。このことは言い換えれば，地域の骨格を平面グラフとしてとらえることを意味している。つまり線的施設の結節点をグラフの頂点に，また結節点相互を結ぶ線分をグラフの辺に対応させることによって，線的施設はグラフに還元することができる。こうすることによって，純正な木と呼んできたものをグラフ理論の用語によって正確に定義することができる。すなわち，純正な木とは平面グラフ内の誘導部分木（Induced Tree）のことである。平面グラフや誘導部分木は，グラフ理論の基本的な用語であるゆえ，詳細な議論は参考文献4）を参照して頂きたい。ここでは，本稿の内容にかかわる部分だけを取り上げて説明を加えるとともに，記号による簡潔な表記法を導入しておく。

まずグラフ G を $G=(V, E)$ と表す。ここに V は頂点の集合，E は頂点を結ぶ辺の集合である。木というのはグラフの特別な類であり，閉路を含まない連結なグラフのことである。換言すれば木とは，頂点数 $|V|$ と辺の数 $|E|$ が，$|V|=|E|+1$ なる関係を満す極小な連結グラフのことである。逆にすべての連結なグラフは必ず1本以上の木を含んでいることは容易にわかる。さてグラフ G に含まれる誘導部分木とは，G の極大な部分



図—3　頂点 x は red に

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

グラフであって，しかもそれが木であるもののことをいう。G の部分グラフ G'（$G \supset G' \Rightarrow V \supset V'$ かつ $E \supset E'$）が極大であるというのは，G' の頂点を結ぶ G のすべての辺を G' が含むことをいう。したがって誘導部分木とは，部分グラフの中でも純正に木であり，木以上に辺を含まないもののことである。

つまり誘導部分木は，部分グラフのうち正しく木であって，木以上でも木以下でもない部分グラフであり，その意味において，筆者は純正な木と呼んだ訳である。言葉で言えば少し解りにくいが図で示せばより簡明である（図—2 参照)。図—2 において，a の方の木 T_1 は部分木ではあっても G においては閉路が生じるゆえに誘導部分木ではない。しかし b の方の木 T_2 は G の他の辺を含まないゆえ，正しく誘導部分木である。一般にグラフ G の誘導部分木を $<T>$ で表記する。

第 2 章の目的は，平面グラフ G において，全頂点数のうち少なくとも 1/3 以上は常に誘導部分木を形成するという事実を論理的に示すことである。そのためには，グラフの木による彩色という方法を用いる。(図—3 参照）グラフを木によって彩色するという操作は，まず与えられたグラフにおいてできるだけ大きな誘導部分木を見い出す。その木の頂点に任意の色，例えば赤を塗る。次に残りの頂点から，再びできるだけ大きな誘導部分木をとり出す。もしその木が赤の木との間に辺を（2 辺以上）共有すれば，その頂点には別の色，青を塗り，辺をもたなければ第 1 の木と第 2 の木は互いに独立な関係にあるため，同色の赤を塗る。このような操作を繰り返していけば，与えられたグラフはいくつかの色によって塗り分けられるが，その時，同色の色をもつ木は互いに独立，つまり 2 辺以上を共有しないことになる。このような操作を木による採色と呼ぶのだが，こうした採色を実行した時，必要最小限の色の数を，グラフの木による採色数と呼ぶことにする。以上によって次の定理を証明するための準備が整った。

定理 1. 平面グラフ G の木による採色数は高々 3 である。したがって G の頂点のうち，1/3 以上は同色の誘導部分木に属する。

証明：数学的帰納法を用いる。頂点数を n とすると，$n=1$ の時は自明である。確認のために $n=5$ の場合を図—4 に示しておく。次に頂点数が $n-1$ の時に定理が成り立つものと仮定する。この仮定の下で，頂点数が n の時にも定理が成り立つことを示せばよい。

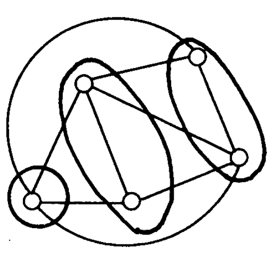
今グラフ G は平面グラフであるゆえ，辺の数 $|E|$ は $|E| \leq 3n-6$ である。つまり頂点の平均次数 $\bar{d}$ は，$\bar{d} \leq 2(3n-6)/n$ となる。したがって G には次数が 5 以下の頂点 x が必ず含まれている。G から頂点 x を除去したグラフ $G-\{x\}$ に帰納法の仮定を適用すれば，$G-\{x\}$ の木による採色数は高々 3 である。頂点 x の次数は高々 5 であることから，x は 3 色のうちの 1 色の木とは高々 1 本の辺でしか結ばれていない。例えばそれを赤の木とする。(図—3 参照）x を赤で塗れば，証明は完成する。

この定理は，昭和 61 年 3 月に，東海大学数学科秋山仁教授が提起した予想問題，「平面グラフの全頂数の 1/2 は誘導部分木に属するだろう」に由来する。本定理は，1/2 までは示し得なかったが，この問題の部分的解を与えるものである。さてこの定理から次のことが導かれる。地域構造を平面グラフと見なすとき，全結節点は純正な木の集合に分類される。しかもそのグループの数は高々 3 種類に類別できることから，全結節点の 1/3 以上が同種の純正な森に属していることが明らかにされた。つまり，地域の結合関係は，外見上いかに複雑そうに見えても，その内部構造に踏み込んでみれば，かなりの部分は純正な木という極めて単純な関係で結ばれている事実が示されたことになる。地域結合関係において，より高次で複雑な関係が重要であることは言をまたないが，木という単純で基礎的な関係もまた，量的な側面からみて決して看過することはできない。

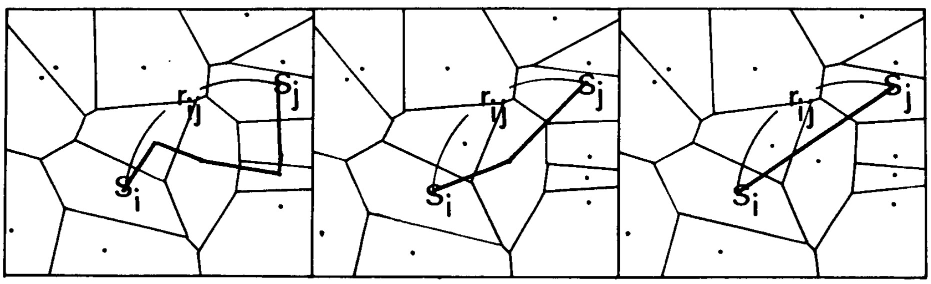
3. 網の目の評価と相互比較

本章の主目的は計算機実験によって，与えられた網の目の評価得点を算出し，網の目のパターンを相互に比較検討することである。先ず評価指標を定め，それを用いて 3 種類の網の目の評価を行うとともに，作業全体を通じて得られた結果を整理して提示したい。

はじめに操作手順の概略を説明しておく。乱数によって 100 個の点を正方形内に散布する。それらの点を基に



図—4 上のグラフは 3 色で塗り分けられる



a. 最短木　b. ドローネ　c. 完全グラフ

図—5 最短木，ドローネ，完全グラフにおける距離 r_{ij} の相違

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

してボロノイダイヤグラム[1]を作成し，各セルの面積を算出する。各セルの面積を散布した点に重みとして付与する。つまり核点が地域の大きさに比例するように，ボロノイダイヤグラムによって区画された領域の面積を重みとして与えるのである。例えば点 i には面積 S_i が，点 j には面積 S_j が付与されたとする。(図―5 参照)

次に点 i と点 j の距離を算定するのだが，この時に各点を結ぶ網の目上の距離を計算する訳である。つまり100個の点が最短木で結ばれている場合には，2点間 i と j の距離は，最短木上を点 i から点 j に最短経路を通って行った時の距離とするのである。100個の点がドローネダイヤグラムで結ばれている場合には，ドローネダイヤグラム上の最短経路によって2点間の距離を算出し，完全グラフの場合には，完全グラフ上の2点間の距離を算出するのである。したがって2点間の距離は，一般的には網の目のパターンによって異なることになる。逆に言えば，この距離の違いによって網の目のパターンの違いを判定することができる。

以上の結果，各点の重みおよび網の目のパターンごとに計算した2点間の距離が得られたことになる。そこでこれらを用いてすべての2点間のグラビティ量を計算し，その総和をとる。グラビティ量の算定式は後に詳述するが，2点間の距離に反比例し，2点の重みの積に比例する形の式を用いている。

さらに別途，網の目の総延長を計算しておき，上で求めたグラビティ量の総和を総延長で割った値を網の目の得点とするのである。

点の散布のパターンを変えながら，こうした試行を繰り返し，得点の平均値によって網の目の性状を考察していく。以下に算定式の正確な定義や操作手順，さらには都市計画上の意味を整理しておく。

① 3種類の網の目

本稿で考察する網の目のパターンは，最短木，ドローネダイヤグラム，完全グラフの3種類である。それぞれの定義と構成法は以下のとおりである。

a. 最短木

最短木とは，散布された点を結ぶ総延長が最小の木のことである。つまり各点を結ぶ網の目の中で，総延長が最小のものということになる。最短木を構成するには，次のような手順を用いればよいことが知られている。すなわち，すべての2点間の距離を算出し，短いものから順々に2点を結びつけていく。ただし，もしある2点を結んだ際に，閉路が生じるならば，その2点間は結ばないものとする。こうして短いものから順々に点の数マイナス1本の辺を取り出せば，最短木が構成される。

b. ドローネダイヤグラム (Delaunay Diagram)

ドローネダイヤグラムは，ボロノイダイヤグラムの幾何的双対グラフとして定義する。したがってドローネダイヤグラムはボロノイダイヤグラムが求まれば，その結果自動的に求まるといってよい。ボロノイダイヤグラムとそのバリエーションは，近年都市研究によく用いられるようになってきたが[1),5)]，要するに対象領域内のすべての点を最近隣の基点に帰属させるように領域分割を行った結果得られる境界線のことである。図―6 はボロノイダイヤグラムとドローネダイヤグラムおよび最短木の関係を示している。

ボロノイダイヤグラムの基点を小学校にとれば，適正な学区が得られるし[6)]，避難場所にとれば，適正な避難計画に役立つものである。一方ドローネダイヤグラムは，ボロノイダイヤグラムの幾何的双対，つまり境界線を接する2点を直線分で結合した網の目である。したがって各地区の代表点を結ぶ線的施設一般を表現していると考えられる。また領域周辺を除けば極大平面グラフとなっていて，辺を追加すれば交点が生じてしまう。この意味では擬似的極大平面グラフといってよいだろう。

c. 完全グラフ

ここでいう完全グラフは，平面上に散布したすべての2点間を直線分で結合した網の目のことである。したがって完全グラフは総延長は最大となるが，逆に2点間の距離の総和は最小となるパターンのことである。現実の都市施設の中で完全グラフに相当するものは想像しがたいが，本稿では他のパターンとの比較基準としての役割が与えられている。

② 建設費用

線的施設の建設費用の見積りを一般的に論じることはできないが，断面形状が一定と仮定すれば，費用は一般に長さに依存すると考えるのが妥当であろう。単純化すれば，線的施設の建設費はその総延長に比例すると考えてよい。したがって本稿の作業は要するに各パターン別の網の目の総延長を算出することである。

各パターン別の網の目の総延長を L で表せば，

$$L(\text{最短木}) < L(\text{ドローネ}) < L(\text{完全グラフ})$$

であることは自明である。さらに2点間を結ぶ辺の本数から，大体のところ，

$$L(\text{完全グラフ}) \geq (\text{頂点数}/2)\cdot L(\text{最短木})$$

$$L(\text{ドローネ}) \geq 3\cdot L(\text{最短木})$$

であることが予想される。

③ グラビティ量

2地点間の結びつきの強さを表す量として，交通計画や商業計画でもよく用いられるグラビティ量を採用した。つまり基点 i と j の各セルの面積を S_i, S_j とし，距離を r_{ij} とし，2点間のグラビティ量 g_{ij} を6種類の式を用いて，

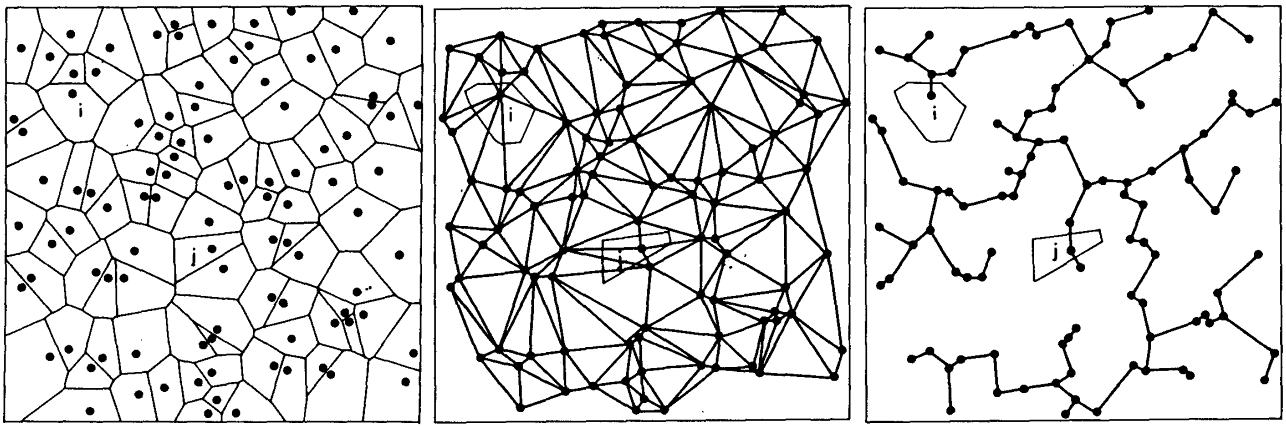
$$g_{ij}=S_iS_j/\sqrt{r_{ij}} \cdots\cdots ①$$

$$g_{ij}=S_iS_j/r_{ij} \cdots\cdots ②$$

$$g_{ij}=S_iS_j/(r_{ij})^2 \cdots\cdots ③$$

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan



a. ボロノイ　　b. ドローネ　　c. 最短木

図—6　ボロノイ，ドローネ，最短木

$$g_{ij}=S_iS_j/(r_{ij})^3 \cdots④$$

$$g_{ij}=S_iS_j/(r_{ij})^4 \cdots⑤$$

$$g_{ij}=S_iS_je^{-r_{ij}} \cdots⑥$$

の値を計算し，比較した。r_{ij} は当然網の目上の最短経路による距離である。次にグラビティ量の総和 G を

$$G=\sum_{i<j} g_{ij}$$

によって求める。実際に作業を行わなくとも，

G(最短木)$<G$(ドローネ)$<G$(完全グラフ)

であることは容易に想像できる。G の値は網の目上の予想交通量であり，その網の目の使いやすさや便益といったものを表現している。

④　評価指標

網の目の建設費用，あるいはその上の予想交通量の総和も確かに網の目のパターンの評価基準の1種であるが，本稿では投資効果という観点から，これら2つを総合した指標を用いる。つまり建設費用を表す総延長 L と，便益を表すグラビティ量の総和 G を用いて，

$$U=G/L$$

で定義される U の値を評価指標として採用する。いかに利便性が高くとも，あまりにも高価なもの，逆に安価であってもあまりにも不便なものは計画目標としては不適格である。こうした視点から，費用に対して利便性の高いパターンを見い出すための評価基準として U の値を提案したのである。

以上の諸点を踏まえて計算機実験を行った。実際には正方形内に100個の点を一様にランダムに散布する。次にそれらの点を基にボロノイダイヤグラムを構成し，各セルの面積を算出する。そして最短木，ドローネダイヤグラム，完全グラフを構成し，それぞれについて総延長 L とグラビティ量の総和 G を計算し，U の値を求める。この操作を50回繰り返し，U の値の平均値や分散を求めたのである。この作業の結果を本稿の文脈に添って提示する。

結果1．網の目の総延長 L

1辺1の正方形内に100個の点をランダムに散布し，それらを最短木，ドローネ，完全グラフで結んだ時，それぞれの総延長は，

最短木　　；　6.714（推定式；$0.671\sqrt{n}$）

ドローネ　；　29.288（推定式；$2.93\sqrt{n}$）

完全グラフ；257.125（推定式；$0.519\,n(n-1)/2$）

ドローネは最短木の約4.4倍，完全グラフは最短木の38.3倍の長さという結果が得られた。実用的な観点からいえば，スケールの問題を排除した推定式の形の方が使いやすい。この式の形や構造についての詳細は別稿にゆずるが，頂点数の平方根に比例するという点については，参考文献7）を参照して頂きたい。

結果2．グラビティ量の総和 G

最短木，ドローネ，完全グラフのグラビティ量の総和の平均値をそれぞれ，G_t, G_d, G_c とすると，

$$G_t<G_d<G_c$$

$$G_d/G_t=1.327$$

$$G_c/G_t=1.379$$

$$G_c/G_d=1.039$$

ただしここでは式③を用いたグラビティの値を示す。

スケールの影響があるため，実数値そのものよりも比率で示すことにした。ドローネは最短木の約1.3倍，完全グラフはドローネの1.04倍程度である。この比率は距離の項に異なる関数を用いた場合には，若干の変化がみられる（表—1参照)。

結果3．評価指標 U の値

U=(グラビティ量の総和)/(総延長)

とおくと，最短木，ドローネ，完全グラフについての U の値，U_t, U_d, U_c は，

$$U_c<U_d<U_t$$

$$U_c/U_t=0.0036$$

$$U_d/U_t=0.3036$$

$$U_c/U_d=0.0118$$

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

表—1 3者のグラビティ量の総和 G の比較

グラビティの定義式	ドローネ / 最短木	完全グラフ / 最短木	完全グラフ / ドローネ
$S_iS_j/\sqrt{r_{ij}}$	1.34	1.37	1.02
S_iS_j/r_{ij}	1.61	1.69	1.04
S_iS_j/r_{ij}^2	1.32	1.37	1.03
S_iS_j/r_{ij}^3	1.01	1.01	1.00
S_iS_j/r_{ij}^4	1.00	1.00	1.00
$S_iS_je^{-r_{ij}}$	1.00	1.00	1.00
	中	大	小

表—2 3者の投資効果 U の比較

グラビティの定義式	ドローネ / 最短木	完全グラフ / 最短木	完全グラフ / ドローネ
$S_iS_j/\sqrt{r_{ij}}$	0.308	0.0036	0.0117
S_iS_j/r_{ij}	0.370	0.0044	0.0119
S_iS_j/r_{ij}^2	0.303	0.0036	0.0118
S_iS_j/r_{ij}^3	0.231	0.0027	0.0115
S_iS_j/r_{ij}^4	0.228	0.0026	0.0116
$S_iS_je^{-r_{ij}}$	0.227	0.0026	0.0114

ただしグラビティの計算には③式を用いた（表—2参照)。

この結果は，結果1と2からすでに予想された通りである。つまり辺の本数を増加させた時，グラビティの総量は期待した程には増加しないということである。正確には総延長が延びた割合に比して，グラビティの総量はあまり増加してくれなかったという意味である。

以上の結果をネットワークの構造に立ち入って考察してみる。まず網の目の2点間の平均距離を比較する。完全グラフはすべての2点間を直線分で結んでいるため，すべての網の目の中で2点間の平均距離は最小となる。しかし，最短木上の2点間の距離は，最短木上を通っていくため,完全グラフに比して迂回路を通ることになる。そこで完全グラフ上の2点間の平均距離を l_c，最短木上の2点間の平均距離を l_t，ドローネ上の2点間の平均距離を l_d とすると，本実験では

$$l_t/l_c=2.27,\quad l_d/l_c=1.066$$

という結果が得られた。つまりドローネではほとんど距離損失はないが，最短木上では平均的にいって完全グラフの約2倍の距離を移動しなければならない。したがって，任意の2点を i, j，その直線距離を r_{ij} とすると，完全グラフにおける2点間のグラビティ量は，$cS_iS_j/(r_{ij})^2$ となり，最短木上では $cS_iS_j/(2r_{ij})^2$ と期待できる。つまり平均的な2点をとれば，完全グラフ上のグラビティ量は，最短木上の約4倍となる。しかし，結果2からグラビティの総量で比較すると，1.4倍にしかならないことが示されている。この理由は，近距離にある2点間のグラビティ量が，遠距離の2点間の量よりも圧倒的に大きく，グラビティの総量の大部分は，実は近距離間のグラビティ量が占めてしまうためである。

そこで距離関数はそのままにして，距離の測定尺度を変えてグラビティ量の計算を試みた。つまり直線距離から，1辺を距離1と見なす離散距離に変更する。この変更により，距離の影響がならされ，最短距離と最遠距離の比率が小さくなるため，グラビティ量の総和に占める近距離間のグラビティが相対的に少し減少する。この離散的な距離単位は，鉄道運賃による距離尺度を想起すればわかるように，必ずしも非現実的な単位ではない。建設費については，長さに比例するという仮定の下では，離散距離の意味が不明解であるため，従前通り直線距離による総延長を用いて，3者の評価指標 U を算定してみた。その結果は結果3同様，木の優位性が示された。

このように，計算機実験によっても木の優位性が示された。つまり投資効果という観点から網の目の性能評価を行うと，最短木はドローネにひけをとらない。しかも最短木とドローネとの辺の重複度合を調べてみると，98％以上の確率で両者の辺が重なり合っていることが確認される。このことは最短木がドローネの内にほぼ完全に含まれることを意味している。逆にいえばドローネダイヤグラムの中でも，特にグラビティ量の高い所だけを抽出したものが最短木であると考えてよい。こうした視点からすれば，最短木は地域結合関係における背骨の役割を担うものであるといえよう。

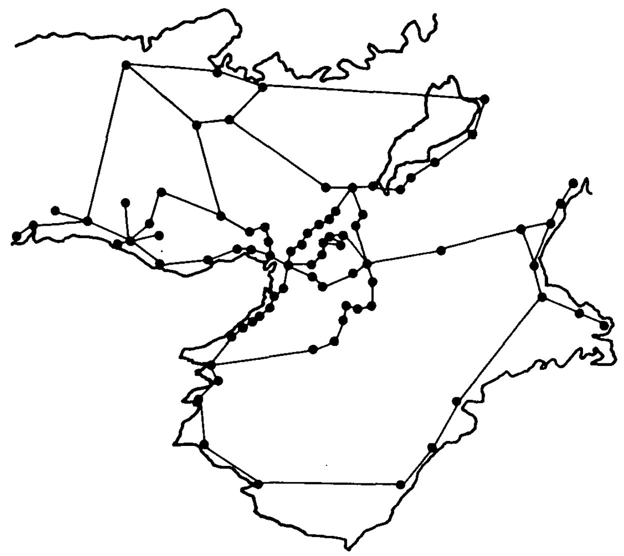
地域結合関係における木の役割について，前章では主に量的な側面から全体に占める木の部分が無視し得ない程に大きいこと，また本章では投資効果という面から木構造の優位性，特に最短木の性能は他種の網の目に比較して決して劣るものではないことが確認された。次章では以上の諸点を踏まえて，現実の地域構造を調べてみる。

4. 近畿圏における都市の結合関係

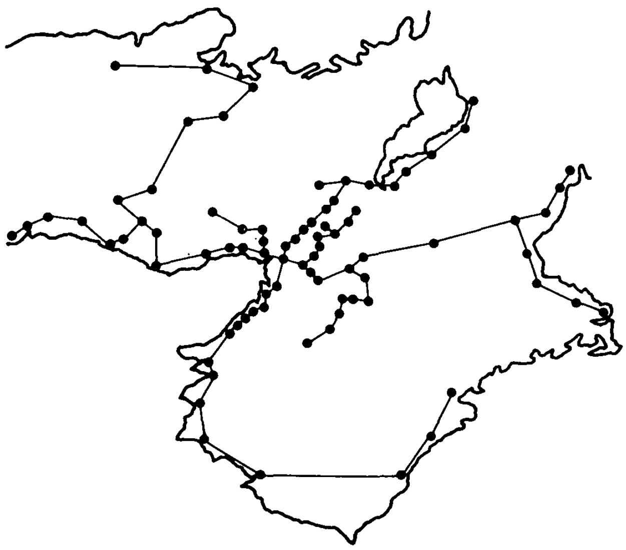
本章では，前章で示した評価指標を現実の都市間結合に適用してみた結果を報告する。例として近畿圏内の諸都市を結ぶJR鉄道網をとりあげる。現実のJRの鉄道網と，最短木によって都市を結んだ場合とを比較し，評価を行う。JRをとりあげた理由は，私鉄の路線はほとんどがすでに木構造であるため，比較例になり難いからである。さて最短木を1つの基準として，現実の鉄道網の評価値が最短木より高いか，低いか，またはどの程度近い値を示すのかを分析する。近畿7府県内には99都市が位置しているが，このうち市域内をJRが通過している都市は83都市あり，その結合関係は図—7に示す通りである。そこでこの鉄道網を評価指標 U の値によって採点し，次にこれらの都市を最短木によって結合した

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan



図—7 近畿圏の JR 網



図—8 近畿圏の都市を結ぶ最短木

表—3 近畿圏の JR 網と最短木の比較

グラビティの定義式	G	U
	最短木／ＪＲ網	最短木／ＪＲ網
$PiPj/\sqrt{rij}$	0.985	1.466
$PiPj/rij$	0.985	1.466
$PiPj/rij^2$	0.994	1.488
$PiPj/rij^3$	0.998	1.518
$PiPj/rij^4$	0.979	1.488
$PiPje^{-rij}$	0.987	1.488

場合の U の値を算出して，互いの得点を比較してみたのである。(図—8 参照)

図—7 は JR 鉄道網を模式的に描いたものであるが，ドローネダイヤグラムや最短木と較べてみれば，次の点が読みとれる。まずドローネよりも辺の数がかなり少ないこと，したがって総延長もかなり短いこと，結合関係も最短木に較べてあまり無駄が目立たないことなどである。以上のことから，評価指標 U の値は，最短木よりも高くなる可能性が期待できそうに思える。

さて実際に U の値を算出するに当たっては次のような手順を用いた。まず市庁舎の位置を都市の代表点とみなしその位置を丸印で地図上に示し，これらを基点とした。次に昭和 58 年度住民台帳の人口を各基点に重みとして付与した。そして市域を JR が通過する都市相互の結合関係を求め，結合行列および地図上のグラフとして表現した。ここまではデータの整理である。次に前処理として，各辺の直線距離を求め，それを基にすべての 2 都市間の JR 網上の最短経路による距離を求めた。次にすべての 2 都市間のグラビティ量を人口と距離から求め，その総和 G を算出する。一方別途に JR 網の総延長 L を求めておく。最後に評価指標を $U=G/L$ によって算出する。都市 i と j のグラビティ量 g_{ij} は，それぞれの人口を P_i, P_j, i と j の距離を r_{ij} とすると，

$$g_{ij}=cP_iP_j/(r_{ij})^2$$

によって与えられる。距離関数は前章同様 6 種類を用いて比較した。(表—3 参照)

同様の計算手順で最短木の評価値を求めることができる。都市の位置と人口をデータとして与え，それらを結ぶ最短木を構成する。(図—8 参照) この最短木上の 2 点間距離および総延長を求める。2 都市間のグラビティ量を計算し，その総和を出し，評価指標 U の値を上記の式によって算出する。以上の方法によって求めた結果は次のようにまとめることができる。

結果 4. 近畿圏の JR 鉄道網の評価値を U_r，これらの都市を最短木で結んだ場合の値を U_t とすると，

$$U_r<U_t,\quad U_t/U_r=1.488$$

ここでも JR 網よりも最短木の方が高得点をもつことが示されてしまった。

本分析は都市間の距離を直線距離で測定しているため，非現実的な面をもつことは確かであるが，鉄道網と最短木の比較のための条件はまったく同じであることから，最短木の優位性を結論づけざるを得ない。図—7 と図—8 を比較すれば，両者は多くの辺を共有している。このことから最短木は JR 網の予想交通量の多い所だけを抽出した背骨を形成していることが分かるであろう。

この結論はあくまでも投資効果という 1 種類の基準からみた結果である。1 章で述べたごとく，網の評価には社会的評価，安全性や利便性や地域生活に根ざした多くの評価尺度があるはずである。したがって，現状を最短木に改変したり，両者を比較して無駄な路線を切断した方がよい等と性急な判断を下してはならないということをあらためて確認しておきたい。

NII-Electronic Library Service

5. 結　語

本章ではこれまでに得られた結果をまとめて提示するとともに，今後の課題について考察する。

本稿では地域結合関係における木構造の役割について論考してきたが，第2章においては理論面からの考察を行った。ここで明らかにされたことは，地域結合関係における全結節点の1/3以上が同種の木によって結ばれているという事実である。つまり木構造は平面構造の内部においてかなりの広がりをもつという量的な側面が示された。同時にこのことは，平面的な結合構造が単純な部分と複雑な部分の2重構造として，あるいは木とセミラチスの混構造としてとらえられることが明らかにされたのである。第3章では，網の目の評価指標の提案を行い，これに基づいて3種類の網の目の計算機実験による採点を行った。この結果，最短木の優位性が示された。その理由として，最短木は総延長が最短であること，さらにグラビティ量の大きい辺だけを選出して形成された構造であること，したがって平面構造の基本骨格であることが考察された。第4章では近畿圏のJR鉄道網の評価を行い，最短木との比較を試みた。ここでも最短木の優位性が確認された。このように，理論面，計算機実験，現実のデータの3つの側面から木構造の役割とその優位性が示された。

次に今後の課題を整理する。本稿で考察した木構造の優位性は，あくまでも相対的な意味しかもっていない。つまりドローネ，完全グラフ，JR鉄道網の中では最短木が比較的評価値が高いという事実が示されたにすぎない。つまりすべての網の目の中で，U の値が最大となるのはどのような網の目かという問題は今後に残された最大の課題である。筆者の予想では，それは最短木に若干の辺を付加したグラフになるものと思われる。

本稿では網の目の特性を表す指標として，U, G, L の3つを導入したが，この他にも様々な指標が考えられる。これら指標相互の関係も大きな問題であるが，これは稿をあらためて論じる予定である。また紙面の通合上，さらには説明を明解にするために，非常に簡略化した実例を用いたが，本文からも分かるとおり，指標 U の使用範囲は，理論面のみならず広く実用的なネットワークや課題にも適用できるものである。

謝　辞

第3章の計算機実験に当たっては，京都工芸繊維大学文部技官　佐竹　勝氏に御支援を頂いた。ここに感謝の意を表する。また審査員の方からは貴重な御意見を頂き誠に有難うございました。

参考文献

1）伊理正夫監修，腰塚武志編集：計算幾何学と地理情報処理，bit 別冊，p. 126，(1986)
2）C. Alexander：City is not a tree, Architecture Forum, 1965，4月号及び5月号
3）四茂野英彦，岡部篤行：無秩序網モデルにもとづく道路網の階層性の分析方法，都市計画学会学術研究論文集，第21号，pp. 211～216，(昭和61年)
4）ボロバッシュ，B.：グラフ理論入門，pp. 2～3，(斉藤，西関共訳)，培風館，1981
5）藤井　明：地域分析における幾何学的モデル，都市計画，Vol. 126，pp. 93～98，(1983)
6）及川　清：面的施設配置の圏域構成に関する幾何学的研究，都市計画学会学術研究論文集，第20号，pp. 91～96，(昭和60年)
7）古山正雄：模式的道路網とそれを用いた最短巡回路の長さに関する考察，日本建築学会計画系論文報告集，第364号，pp. 143～149，(昭和61年)

NII-Electronic Library Service

Architectural Institute of Japan

SYNOPSIS

UDC : 711.2 : 624.011.1

THE EVALUATION OF TREE GRAPH IN REGIONAL NETWORK

by Dr. **MASAO FURUYAMA**, Associate Professor, Department of Housing and Environmental Design Kyoto Institute of Technology, Member of A. I. J.

We define the index U, to evaluate the inter-city network. The definition of U is given by (Total Sum of the Gravity on a Network)/(Total Length of a Network). The numerator of U implies the utility of a network and the denominator implies the construction cost of a network. From this point of view, U is the expression for the economical effect of a network. By index U, we compare the different types of networks on regional science, and the superiority of tree graph is proved. In addition, we analyze the tree chromatic number of a plane graph and JR railway network in Kinki region.

Together with these informations, we can conclude that the role of tree graph in regional network cannot be under-estimated.

NII-Electronic Library Service