160. 線的施設における重力モデルと介在機会モデルの互換性

Theoretical comparison of gravity-model and intervening opportunity-model on network-facilities

古山正雄
Masao Furuyama

The main theme of this paper is to show that the gravity-model and intervening opportunity model behave almost similarly under the condition which network-facilities are located uniformly randomly. Especially, Stouffer-model and gravity-model are changeable each other when we apply random-line-model to network-facilities. From this point of view, we would like to show that Shneider-model is also able to be translated into gravity -model through random-line-model. As a result, it is interesting that we can get a same result on network-facilities as on point-facilities.

One of the sub-results of this paper is to re-modify Stouffer-model and Shneider-model into very simple style but these are proved to be intrinsically same as original model.

Keywords: Gravity-model, Stouffer-model, Shneider-model, network-facilities
重力モデル、ストウファーモデル、シュナイダーモデル、線的施設

1章　はじめに

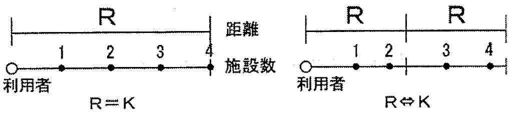
本稿の目的は、移動の法則を表す二つのモデル、重力モデルと介在機会モデルとが、互いに同じ挙動を示す施設分布を考察することである。この課題に関しては、参考文献２)において一般解が示されており、参考文献８)ではより具体的な空間分布としての特殊解が示されている。しかし、いずれの場合も暗黙の前提として点的施設を想定した論考になっており、線的施設やネットワーク型の施設に関する適用の可能性についての考察がなされていない。つまり重力モデルと介在機会モデルが互いに類似の挙動を示すような線的施設の分布に関する論考は未開拓の状態にあると言えよう。本稿の主題は、既往研究の結果を拡張して、「線的施設が一様分布していれば、重力モデルと介在機会モデルは互換できる」ことを論証することである。

重力モデルの本質は、移動量は距離に反比例するという点にあり、介在機会モデルの本質は、移動量は競合施設数に反比例するということである。両者ともに移動量は抵抗値の反比例関数であることを主張しているが、その差異は抵抗値を距離と見なすか競合施設数と見なすかという点にある。極端にいえば、両者の間に対応関係をつけるためには、距離が施設数と同じく一個、二個と数えられなければならない。たとえば、いま利用者が直線上に延びる商店街を歩きながら喫茶店に入ろうとしている。このときもし、喫茶店がちょうど１００メートル間隔に立地していれば、まさしく施設個数と距離とは１対１に対応する。ゆえに、利用者と喫茶店の間に作用する吸引力は、介在機会であっても重力モデルであっても同じ結果を示すことになる。(図－１)

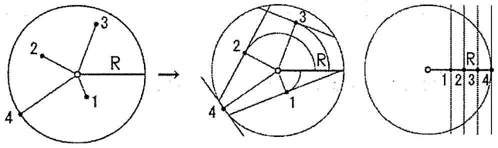
本稿では、こうした点的施設を想定した議論を線的施設へと展開する。(図－２，３）すなわち平面上に線密度が一定で一様に分布しているランダムラインがある場合、任意の点を中心にして半径Ｒの円を描けば、この円内に含まれるランダムラインの本数の期待値は円の周長に比例し、円内に含まれるランダムラインの総延長は、円の面積に比例する。つまり、線の本数は半径Ｒに比例し、総延長はＲの２乗に比例する。したがって、距離Ｒに反比例する事象やＲの２乗に反比例する事象は、線的施設の本数や総延長に反比例する事象として記述できることになる。こうして重力モデルと介在機会モデルの互換性が可能となるのである。これが理論面でのアイデアである。

具体的には、線的施設の代表事例として路線商店街を想定して考察をおこなう。たとえば、京都市中心部に見られるように、商店街が一定間隔で立地してきた場所では、商業施設を点的施設と見なすよりも線的施設として取り扱うべきである。一方近年、いわゆる街づくり三法が整備されたことにより、商業施設の新規立地の件数が増すと同時に、既存施設への影響度も増大している。この影響度を測定するためのインパクトスタディーをおこなうときに、重力モデルを使用するのか、介在機会モデルを使用するのかといったモデル選定の議論が発生する。だが、本稿の結果では、線的施設が一様分布している場合には、両者の解に差はないのである。このように本稿は、商業施設のインパクトスタディーのモデル選定に関する基礎的知見を提供するものである。

正会員　京都工芸繊維大学工芸学部造形工学科（Kyoto Institute of　Technology）



図－１　直線上の距離Ｒと個数の同相性



図－２　平面上の距離Ｒと個数と本数の関係

２章　ランダムラインモデルの特徴の整理

線的施設の分布状態を把握するためのモデルとしてランダムラインを導入する。ランダムラインは線的施設の総延長を推定する式を導出する方法として有名[3),6)]になったが、積分幾何学というマニアックな分野が理論的背景にあるために未だに敬遠されがちである。本章で示す結果は一部では既知のものだが、導出過程を含めて本稿の展開に必要な特質だけを平易な形で提示しておきたい。

ランダムラインは極座標を用いて表現される。（図－３）はじめに原点と原点から延びる半直線を定める。次に極座標を用いて１点[ｐ，θ]を次のように決める。原点からの距離ｐを区間[０，∞]内で一様にランダムに選び、角度θも区間[０，π]で一様にランダムに決める。ランダムラインとは、この点[ｐ，θ]を通り、かつ原点とこの点を結ぶ線分に直交する直線のことである。ｐとθの値を変化させれば、実質上あらゆる直線が得られる。[(1)]

① ランダムラインの集合の測度

ランダムラインの特徴を導くためには、ランダムラインの集合の測度を決めておかなければならない。測度とは（直線の）集合を計量化するための基準容器を設定することにほかならない。通常その容器は長さ１の直線分に設定する。では長さ１の直線分に交わるすべてのランダムラインの測度、直線分に詰め込める全直線の量的な多さ、度量衡の表示はどれほどになるのだろうか？

ランダムラインと長さ１の直線分との交角をαとおく。そうすればすべてのランダムラインを交角αによってグループ分けができる。さらに$\alpha=\pi/2$のとき、すなわち直線分に直交するランダムラインの集合の測度を直線分の長さ１に等しいと定義する。この定義は非常に妥当なものであろう。これをふまえれば、長さ１の直線分に角度αで交わる直線の集合の測度は　$\sin\alpha$　となる。従ってαの値を０からπまで変化させれば、長さ１の直線分に交わる全直線の集合の測度が求められる。

$\int \sin\alpha\, d\alpha = 2$　（積分区間はαが０からπ）

つまり長さ１の直線分に交わるランダムラインの集合の測度は２である。

② 凸図形に交わるランダムラインの測度＝周長

①の結果を利用すれば、周長Ｌの凸図形に交わるあらゆるランダムラインの集合の測度は周長Ｌであることが判る。まず周長Ｌを微少な直線分に分解する。分解された１片の長さをΔLとすると、このΔLに交わるあらゆるランダムラインの測度は①の結果から$2\Delta L$。ΔLをつなぎ合わせて周長Ｌを復元すれば、全周に交わるランダムラインの測度が計算できる。その結果は、

$(\Sigma 2\Delta L)/2 = 2L/2 = L$

ここで２で除したのは、一本の直線は凸図形とちょうど２カ所で交わるため、一本の直線を２回数えることを防ぐためである。

③ 一定方向の弦の長さの積分値＝面積（図－４）

ランダムラインの集合の測度は長さに関係していることが判った。次にランダムラインと図形の面積の関係を考察する。面積Ｓの凸図形に一本のランダムラインが交わっている状態を想定する。このときのランダムラインの角度θ、原点からの距離ｐ、凸図形を切断する弦の長さをＷとする。角度θを固定したまま距離ｐを変化させると平行な弦の集合が得られる。これら弦の長さの積分（総和）は、面積Ｓとなる。

$\int W\,dp$＝面積＝S

この結果は、角度θに依存しないことが重要である。

④ 全方向の弦の長さの積分値＝π面積

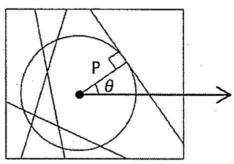
③から、特定方向の弦の長さの総和が面積Ｓとなるので、角度θを０からπまで変化させた場合、すべての弦の長さの総和は、（π面積）である。式で書けば

$\iint W\,dp\,d\theta = \int$面積$\,d\theta = \pi S$

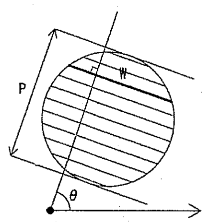
⑤ 凸図形の弦の長さの平均値＝$\pi S/L$

②と④の結果をあわせると、凸図形の弦の長さの平均値が求まる。

弦の平均値＝（弦の長さの総和／すべての場合の数）であるからこの値は　$\pi S/L$



図－３　ランダムライン



図－４　Ｗの積分と面積

⑥　線密度と第ｋ近隣線

以上の議論ではランダムラインは連続的に存在していることを前提にしてきたが、実際には、道路上の商店街をイメージしているので、ランダムラインは離散的に存在する。ランダムラインが線密度ρで分布している場合、周長Ｌの凸図形に交わるランダムラインの本数はρＬ本であると期待できる。もちろん交点数は２ρＬ。

長さ１の直線分に交わるランダムラインの本数と交点数は２ρ。平面上に点がランダムに分布しているとき、面積あたりの点の個数はポアソン分布であるが、平面上に直線がランダムに分布しているとき、長さあたりの本数はポアソン分布である。

また平面上の任意の点ｉから、ランダムラインまでの距離（垂線の長さ）を測り、近いものから順に第１近隣線、第２近隣線、・・、第ｋ近隣線というふうに順序づける。第１近隣線までの距離、第２近隣線までの距離等々の期待値は、点ｉの位置によらず一定であり、第１近隣線までの距離は指数分布、第２近隣線以降はガンマ分布になる。その背景には、ランダムラインモデルの特質、極座標の原点の位置を変えても、ランダムラインの集合としての測度は不変であるという性質がある。[1)]

３章　移動の法則のモデル化

本章では移動の法則を表す代表的なモデル、重力モデル、ストウファーモデル、シュナイダーモデルの３つを取り上げ、その数式表現を与える。ただし本稿の目的に沿った形での簡略化を行い、見やすい形の定義式を与える。そしてこれらが一般に良く知られている定式化と基本的に同等であることを確認する。[4)]

３－１節　重力モデルの定式化

重力モデルは、ｉ地点にいる人にｋ地点にある施設が及ぼす吸引力の大きさG_{ik}を、万有引力の式を用いて、施設規模Ｓｋに比例し距離の２乗に反比例すると想定する。地点ｉと施設のある地点ｋとの距離をr_{ik}とすると、

$$\mathrm{Gik} = 定数\frac{\mathrm{S\,k}}{(\mathrm{r\,ik})^2}$$

特に施設規模Ｓｋが一定ならば、Ｓｋ＝１　とおいて、

$$\mathrm{Gik} = \frac{\mathrm{U}}{(\mathrm{r\,ik})^2} \qquad (1)$$

定数Ｕは、全体を１にするための調整項である。したがって、G_{ik}は確率と考えてよい。[(2)]

３－２節　ストウファー型介在機会モデルの定式化

介在機会モデルの代表例、ストウファアーモデルを紹介しよう。その基本的な考え方は、「介在機会モデルでは、距離ではなくて競合施設の量が抵抗値として作用する」というものである。この考え方を定式化するには、起点ｉから近い順に、トリップの目的地に１、２、・・・、ｋ、・と順番をつける。起点ｉとｋ番目の目的地との間に作用する吸引力の大きさO_{ik}は、目的地ｋにある機会数に比例し、起点ｉと目的地ｋとの間に介在する機会数に反比例すると考えるのである [2)]。いま機会数を施設個数ｋで代表させると、ｉとｋの間の吸引力O_{ik}は、次式で表せる。

$$\mathrm{O\,ik} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{k}} \quad (\mathrm{i} \neq \mathrm{k},\ \mathrm{k} = 1, \cdots) \qquad (2)$$

定数Ｃは、全体を１にするための調整項である。つまり、O_{ik}は確率と考えてよい。

ここで定義式（２）の妥当性を確認しておこう。というのは、この定義式はストウファー自身が提案したオリジナルな定義式とは異なっているからだ。しかし、ストウファー自身が述べているように、「移動者数は、累積機会数の対数で表現される」というのがストウファーモデルの本質である。[4)]その意味からすれば、式（２）において、ｋ＝１　から　ｋ＝ｎ　まで、両辺の和をとれば、

$$\Sigma \mathrm{O} = \Sigma \mathrm{C} / \mathrm{K} = \mathrm{C} \log \mathrm{n}$$

この式はストウファーの主張そのものである。

３－３節　シュナイダー型介在機会モデルの定式化

介在機会モデルには上で述べたストウファーモデルとは別に、シュナイダーモデルという定式化が考えられている。この基本的な考え方は、「平面上の任意の１点ｉから出発し、近い順にトリップをしていくとき、トリップが終わる確率は、残存するトリップ者数に比例し、かつ機会数に比例する」というものである。

この考え方をできるだけ単純な式を用いて定式化する。いま、一つの施設がトリップを終わらせる確率をＰとする。（１≧Ｐ≧０）点ｉから出発したトリップが、第ｋ番目の目的地でトリップを終える確率P_{ik}は

$$\mathrm{Pik} = \mathrm{P}(1-\mathrm{P})^{k-1} \qquad \left(\sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{Pik} \to 1\right) \qquad (3)$$

となる。第ｋ番目の目的地でトリップを終える確率は、１番目から（ｋ－１）番目までの施設ではトリップが終わらなかった確率を、介在機会の作用として考慮するのである。つまり（ｋ－１）番目までの施設では要求を満たせなかった人の割合を考慮するということである。

一方、シュナイダーモデルの基本的考え方は先に述べたように、起点から出発したトリップが終わる人の割合は、残っている人の数に比例し、かつ機会数に比例するというものである。この考え方は、Ｖを機会の累積数、ＱをＶ以遠にトリップしようとして未だ残っている人の割合とすると、Ｌを比例常数として

$$\mathrm{d\,Q} / \mathrm{d\,V} = -\mathrm{L\,Q}$$

という微分方程式で表現できるので、これを解いて、

$$Q=e^{-LV} \qquad (4)$$

この式が、一般に知られたシュナイダーモデルの表現式である。本稿の簡略形の式（3）と比較して両者が本質的に同じであることを確認する。本質的でない離散量と連続量の違いには固執しないで式を展開していくが、まず注目すべきなのは変数Qの意味である。式（3）においてQと同じ意味、つまり残っている人の割合を意味する項は、$(1-P)^{k-1}$である。この２つの項の同相性に着目して、式（3）を変形して式（4）の形に直すのである。Qは残っている人の割合であるから、

$$Q_{ik-1}=(1-P)^{k-1}$$

でありかつ、

$$Q_{ik}=(1-P)^{k}=(1-P)\,Q_{ik-1}$$

が成り立つことが判る。括弧をはずして展開すれば、

$$Q_{ik}-Q_{ik-1}=-PQ_{ik-1}$$

つまり

$$\{Q_{ik}-Q_{ik-1}\}/Q_{ik-1}=-P\{k-(k-1)\}$$

これを変化率で表現して、微分方程式の表現にすると、

$$\Delta Q_{ik}/Q_{ik}=-P\Delta k$$

両辺を積分すると、（kに関して和をとると）

$$\log Q=-Pk$$

対数をはずして指数型に直すと、

$$Q=e^{-Pk}$$

式（3）から式（4）式が得られるので、本質的に式（3）は、シュナイダーの表現式であることが確認できた。

ところで、式（3）におけるシュナイダーモデルの定式化において大切な役割を果たすPの値は暗黙のうちに定数と想定されている。実際、介在機会という考え方から、Pの定数値を導出してみると、$P=1-e^{-1}$と考えるのが妥当であろう。[(3)]

４章　ランダムラインモデルにおける介在機会モデルと重力モデルの相互互換性について

本章では、線的施設がもつ吸引力は、重力モデルを用いてもストウファーモデルを用いても、結果は変わらないことを論証する。その前提条件として、都市における路線商店街の空間分布をランダムラインによって模式的に表わす。次にこのモデル化された商店街に立地する商業施設がもつ吸引力を、重力モデルとストウファーモデルで表現する。この結果、実質的に両者は同じ挙動を示すことが証明できる。続いて重力モデルとシュナイダーモデルの関係についても、ストウファーモデルを仲介役にして互換性があることを示す。そのためには領域分割と領域代表者間の移動を考えることになる。

４－１節　ストウファーモデルと重力モデルの互換条件

結果１「線的施設が一様に分布しているとき、ストウファーモデルと重力モデルは互換可能である。
すなわち　$O_{ik}=$定数G_{ik}　が成り立つ。」

証明；平面上に線密度ρで一様に分布している直線道路群があり、この路線上に店舗が一様に立地しているものとする。平面上の任意の一点iから、この道路網上の一つの店舗jに買い物に行く場合、iとjの間に作用する吸引力を、重力モデルG_{ij}とストウファーモデルO_{ij}で表現して、両者を直接比較してみる。

消費者のいる地点iと店舗jの距離をR_{ij}とする。次に、消費者のいる地点iを中心として半径R_{ij}の円を描くと、この円の内部に存在する直線道路の本数の期待値は、$\rho(2\pi R_{ij})$。便宜上この直線の本数をmとおく。

$$m=\rho(2\pi R_{ij})$$

また２章の⑤からこの円に交わる直線による弦の長さは、

$$\pi\text{面積}/\text{周長}$$

で推定できる。したがって、半径R_{ij}の円内に存在するm本の直線道路の総延長Lは、

$$L=m(\pi\cdot\pi R_{ij}^2/2\pi R_{ij})=\pi^2\rho R_{ij}^2$$
$$=\text{定数}R_{ij}^2$$

この円内には、道路の総延長Lに比例するだけの店舗数が存在する。しかもそれらはすべて、消費者iからみて距離R_{ij}以内に存在するため、店舗jにとっての競合施設である。つまり介在機会数そのものである。したがって、この事象はストウファーモデルで素直に表現することができて、

$$\begin{aligned}O_{ij}&=\text{定数}/\text{競合店舗数}=\text{定数}/\text{総延長}=C/L\\&=C/\pi^2\rho R_{ij}^2\\&=U/R_{ij}^2\ (C/\pi^2\rho U)\\&=\text{定数}\ (G_{ij})\end{aligned}$$

と展開できる。O_{ij}とG_{ij}は互換可能である。

証明了□

４－２節　シュナイダーモデルと線的施設

前節でみたように、重力モデルとストウファーモデルは、ともに移動量が抵抗値の逆数で表されるため、互換要件は施設分布の一様性から直接導かれる。これに対してシュナイダーモデルでは、抵抗値は指数的に作用するため、直接互換は不可能である。そこで我々は数式と空間解釈の両方を再構成する必要がある。はじめに数式に関する考察から行うことにしよう。シュナイダーモデルでは

$$Pik=P(1-P)^{k-1}$$

であるから、Pを定数値とすれば、いかに努力しても、$G_{ik}\neq P_{ik}$　となってしまう。そこで、G_{ik}とP_{ik}とが互換となるためには、Pを変数と考える。とくにkの関

数と見なすのである。しかし注意すべきは、Pの値を　$P=1/k$　とするアイデアである。kの値が大きければ、

$$P_{ik}=(1/k)(1-1/k)^{k-1}$$
$$\rightarrow e^{-1}/k$$
$$\rightarrow (\text{定数}/k) \rightarrow \ O_{ik}$$

となって一気にシュナイダーはストウファーと互換できそうに見える。式の展開に問題はないが、前提条件の、$P=1/k$　は、具体的に考えれば意味をなさない。というのはトリップを続ける過程で、すでに通り過ぎてしまった地点に対して、過去にさかのぼってその地点のPの値を付け替えながら進むことになるからだ。Pの値は吸引力を確率的に表すもので、距離や空間に対しては変化しても時間に対しては不変でなければならない。

この点を反省して、目的地別にPの値を与える。起点から近い順に目的地に順序を付けて、第j番目の目的地でトリップを終える確率をp_jで表す。このとき起点iから出発したトリップが目的地kに至る確率は、次式で表せる。

$$P_{ik}=p_k(1-p_1)(1-p_2)\cdot\cdot(1-p_{k-1})$$

さて次の課題は、p_jの空間的な意味を明確にすることである。それには2つの方法がある。ランダムラインの本数に介在機会数を適用する方法と、ランダムラインの総延長に対して介在機会数を適用する方法である。

結果2「線的施設が一様に分布しているとき、任意の点iから最短距離で第k番目の直線に至るトリップについては、シュナイダーモデルと重力モデルは互換可能である。すなわち

P_{ik}=定数G_{ik}　が成り立つ。」

略解：いま平面上の任意の点iから、線密度ρで分布するランダムラインに近い順に番号を振る。点iからの垂線の長さが各直線までの距離であるから、第j＋1番目の直線までの距離をR_{ij}とすると、点iを中心として半径R_{ij}の円内には直線はj本存在する。これらj本が介在機会として点iから（j＋1）番目の直線へのトリップに影響を及ぼす。その影響力の大きさをストウファーモデルの考えを引用して　$p_j=1/(j+1)$で与える。この値を用いて点iから第k番目の直線までの移動量をシュナイダーモデルで表現すると、

$$P_{ik}=\{1/(k+1)\}(1\text{-}1/2)(1\text{-}1/3)\cdot\cdot(1\text{-}/k)$$
$$=1/k(k+1) \rightarrow \ 1/k^2$$

一方、$\rho(2\pi R_{ik})=k$　であるから、

$$P_{ik}=\text{定数}/R_{ik}{}^2=\text{定数}G_{ik}$$

証明了□

この結果は理論的に明快であるが、トリップの内容は、任意の地点から最短距離を通って直線に至るという極めて抽象的な旅程である。より具体性のあるトリップを線的施設の総延長という情報を使って考えてみよう。

結果3「線的施設が一様に分布しているとき、うまく領域区分を行って各領域から代表を選び出し、代表相互の移動量を考えると、シュナイダーモデルと重力モデルは互換可能となる。重力モデルに換算したときの距離の影響は線密度と店舗密度に関係し、場合によっては距離の3/2乗や距離の2乗に反比例する。」

略解：平面上に線密度　ρ　で一様に分布する直線群を考え、その上に一様に店舗が展開する路線商店街を想定する。平面上の任意の一点iからみて近い順にこれら直線に番号を振る。いま点iからみて第k－1番目の直線とk番目の直線までのちょうど中間地点までの距離をr_{ik}とすると、点iを中心とする半径r_{ik}の円と交わる直線の本数はk本である。このことから次の関係式が成り立つ。（図－7）

$\rho(2\pi r_{ik})=k$　言い換えれば

$r_{ik}=k/2\pi\rho$

2章の⑤から円に交わるk本の直線の総延長の期待値は、

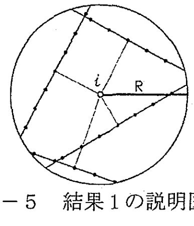
$k(\pi r_{ik})/2$

半径$\{r_{ik}+(1/4\pi\rho)\}$と半径$\{r_{ik}-(1/4\pi\rho)\}$で囲まれたドーナツ型の領域にあるk本の直線の総延長の期待値は、

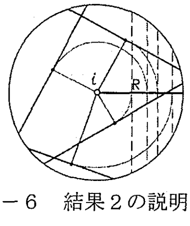
$k/4\rho$

いま線上に一定の密度で店舗が存在する路線商店街を想定しているので、ドーナツ型の領域内に存在する店舗数は総延長すなわちkに比例する。

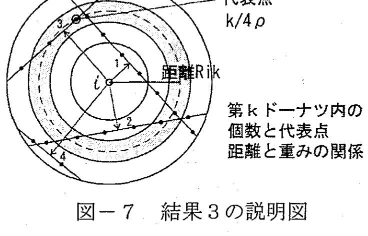
一方、起点iから第k番目のドーナツに所属するこれらの店舗までの距離はほぼ等しく、r_{ik}であるから、ドーナツ領域内の店舗は等価な選択確率をもつと考えられ



図－5　結果1の説明図



図－6　結果2の説明図



図－7　結果3の説明図

るので、一つの店舗が選択される可能性は、

C/k （Cは定数）

そこで、$p_k = C/k$ とおいて、P_{ik}を求めると、

$$P_{ik} = (C/k)(1-C/1)(1-C/2)\cdot(1-C/k\text{-}1)$$

Cの値が1の時には、すべての人は第一近隣点ですべての買い物を行うという決定論になるので、この式が意味をもつためには、$C<1$でなければならない。

たとえば、$C=1/2$のときには、ワリスの公式により

$$P_{ik} = (1/2k)(1/2)(3/4)\cdot\cdot\{(2k-1)/2k\}$$
$$=(1/2k)(2k-1)!!/(2k)!!$$
$$\to 1/(2k\sqrt{k}\sqrt{\pi})$$

となって、P_{ik}はkの3／2乗に反比例する。いま距離r_{ik}はkに比例するので、重力モデルに換算すると、P_{ik}は距離の3／2乗に反比例する。

またCは常数であるが、仮に、$C=K/(K+1)$とおいてみる。この形式的操作によって、

$$P_{ik} = \{1/(k+1)\}(1-1/2)(1-1/3)\cdot\cdot(1-1/k)$$
$$=1/k-1/(k+1) \to 1/k^2$$

この操作の意味は、ドーナツ領域の番号を一つづつ若くすることである。任意の一点iからみて第一近隣領域内に2本の直線、第二近隣領域内に3本の直線が入るようにすれば、P_{ik}はG_{ik}に変換できて、距離の2乗に反比例する。証明了□

5章　結果のまとめと考察

結果を整理して今後の展開の可能性を考察する。

結果1：線的施設が一様に分布しているとき、ストウファーモデルと重力モデルは直接的に互換可能である。

一般的に都市の成熟化にともない、街路網上の商店街は一様分布する傾向にある。買物行動という視点からすると、目的地＝介在機会＝移動の抵抗値、の分布が一様化するのである。つまり任意の起点と任意の終点の間に存在する介在機会の数は、起終点間の距離あるいは距離の2乗（面積）に比例する。こうして距離と介在機会数とが互換できることになる。

結果2：シュナイダーモデルと重力モデルの互換性は、領域区分を行い、領域の代表者間の移動を考えれば、互換可能である。

介在機会モデルと重力モデルの互換条件は、存在密度が一様であることである。この条件は、既往研究の結果とあわせると、点的施設にも線的施設にも共通に当てはまる。しかし線的施設の存在密度は、単位長さあたりの本数で与えられるため、重力モデルとの換算においては、距離の2乗分の1や3／2乗分の1などに変換される。

結果3：ストウファーモデルとシュナイダーモデルに関するオリジナル式は単純な簡略式に変換できることが確認できた。

今後の課題としては、本稿の結果をドローネダイヤグラムにも展開することである。これが実現できれば、商店街のような線的施設の分布をより具体的に把握できるだろう。一方、新規立地のインパクトスタディーに関しては、介在機会モデルと重力モデルの挙動は一致しないことが予想される。今後両者の比較研究は、同相性から差異性へと展開することになるだろう。

補注

（1）：対象とする図形に交わる直線をもれなく記述し、しかも重複カウントをさけるために、pの値は$-\infty$から∞の範囲ではなく、角度θの範囲も0から2πでないように設定する。

（2）：Uの値は、点iの位置に依存するが、施設が一様分布のときには、平均距離で議論している限り点iの位置には依存しない。

（3）：シュナイダーモデルの本質は、介在機会数を用いて移動量が指数的に低減していくことを表現する項、すなわち、e^{-k} である。一方、(3)式の根幹をなす項は$(1-P)^{k-1}$ である。この両者をうまく連動させることによってpの値を導き、意味づけを行うのである。すなわち、 $(1-P)=e^{-1}$ となることである。eの値に関してはnが大きいときに、 $(1-1/n)^{-n} \to e^{-1}$

であることに着目すれば、技術的、形式的な対応が得られる。あとはこの式に実体的な意味を付与すればよい。それは、まず介在機会をn個づつグループ分けする。そして各グループにおいて、一つの機会が選択される可能性はすべ等しく、$(1/n)$であると想定する。逆にいえば、グループ内の一つの機会が選択されなかった確率は $(1-1/n)$である。したがって、一つのグループに属するn個の機会がすべて選択されなかった確率は、$(1-1/n)^n=e^{-1}$となる。つまり我々の選択行動において、グループ1によって満足できず、グループ2、…、グループkによっても満足できなかった確率は、e^{-k} と表される。これが介在機会という考え方に基づくPの値であり、意味付けである。また$1-P=e^{-1}$ の値は一つのグループが選択されなかった確率である。

参考文献

1）　栗田稔、(1956)、「積分幾何学」、pp.12-30、共立出版

2）　OKABE Atsuyuki,(1976),「Theoretical comparison of the opportunity and gravity models」Regional Science and Urban Economics, vol,6.pp.381-397.

3）　腰塚武志、(1976)、「解説-積分幾何学について（1）－（5）」、オペレーションズリサーチ、9月号－翌年1月号

4）　下総薫監訳、(1987)、「都市解析論文選集」、pp.137-159、古今書院

5）　古山正雄、(1993)、「買い物行動におけるハフモデルとストウファーモデルの比較」、日本建築学会近畿支部研究報告集、pp.701-704

6）　栗田治、(1997)、「任意の領域の道路延長を推定する公式」、平成9年度都市計画論文集、pp.145-150

7）　笠原一人、古山正雄、(1997)、「商圏推定問題におけるハフモデル、介在機会モデル、ボロノイ図の相互比較」、平成9年度都市計画論文集、pp.115-120

8）　古山正雄、(2000)、「ハフモデルと介在機会モデルの相互互換条件」、平成12年度都市計画論文集、pp.1045-1050